

# 1 Koordinatensysteme

Ich denke, dass jeder schon einmal Bilderrätsel gesehen hat in denen Punkte eingezeichnet sind und jeder Punkt mit einer Zahl versehen ist. Nun muss man die Punkte der Reihe nach verbinden und es entsteht ein Bild.

Angenommen ich möchte hier solch ein Bild beschreiben. Dann habe ich ein Problem, da die Beschreibung sehr präzise sein muss, ansonsten entsteht ein vollkommen falsches Bild.

Eine Möglichkeit wäre zu sagen, setzt einen Punkt in die untere linke Ecke. Jetzt malt darüber noch einen Punkt. Präziser wäre es zu sagen, setzt 5cm darüber einen Punkt. Wenn ich den Punkt genau darüber meine, müsste ich das eigentlich auch noch schreiben. Das klingt nach sehr viel Aufwand – ist es auch.

Es gibt eine einfache Lösung. Okay, wenn wir jetzt zwei 30cm Lineale neben dem Papier postieren, so dass das eine Lineal unter dem Papier liegt mit der 0cm Markierung an dem linken Rand. Das andere Lineal soll auf der rechten Seite liegen und zwar so, dass sich die 0cm Markierung an der rechten unteren Ecke befindet.

Jetzt kann man ohne Probleme einen Punkt auf dem Blatt Papier beschreiben. Angenommen ich will präzise einen Punkt in der unteren linken Ecke beschreiben, dann könnte ich sagen: „Setzt den Punkt dort, wo das untere Lineal 3cm anzeigt und das rechte Lineal ebenso 3cm anzeigt.“ Gemeint ist das so, wenn ich vom unteren Lineal von der 3cm Markierung parallel zur Seite des Papiers (in der Umgangssprach „gerade nach oben“) eine Linie ziehe und ebenfalls von der 3cm Marke vom rechten Lineal eine Linie parallel zur Unterkante ziehe (im Sprachgebrauch „nach links“). Diese beiden Linien schneiden sich in einem Punkt. *Das* ist der Punkt den wir beschreiben wollen.

Jetzt abstrahieren wir das ein wenig. Statt der Lineale können wir Linien auf das Papier malen (am besten parallel zu den Kanten des Blattes) und diese unterteilen. Die waagerechte Linie nennen wir  $x$ -Achse und die senkrechte Linie nennen wir  $y$ -Achse. Dies sieht dann z.B. wie in Abbildung 1 auf der nächsten Seite aus.



## **Begriff Koordinatensystem**

Ein Koordinatensystem setzt sich aus zwei (in der Regel) senkrecht zueinander stehenden *Achsen* zusammen. Die waagerechte Achse heißt  $x$ -Achse. Die senkrechte Achse wird  $y$ -Achse genannt.



## **Faustregel**

Zur Vereinfachung werden die Koordinatensysteme hier auf „Karopapier“ dargestellt. Es ist prinzipiell nicht notwendig, erleichtert aber das Ablesen und Einzeichnen von Objekten erheblich (z.B. das Einzeichnen von Punkten). Dies gilt vorallem, wenn man das Koordinatensystem per Hand zeichnet.

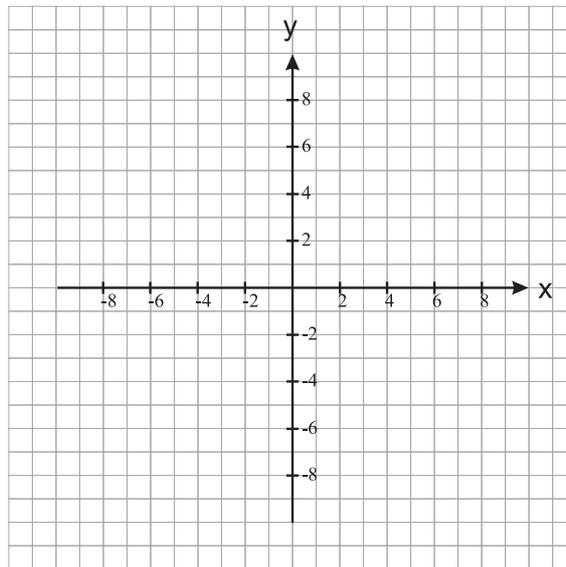


Abbildung 1: Ein Koordinatensystem – man beachte die Bezeichnung von x- und y-Achse

## 1.1 Punkte und Geraden in einem Koordinatensystem

Nun ist es an der Zeit, Punkte mit Hilfe des Koordinatensystems zu beschreiben. Betrachten wir den eingezeichneten Punkt in Abbildung 2 auf der nächsten Seite.

Der aufmerksame Leser wird bemerkt haben, dass der Punkt kein Punkt ist, wie man ihn sich zunächst vorstellt, sondern ein kleines Kreuz. Mit einem Kreuz kann man den Punkt präziser markieren. Würde man mit einem spitzen Bleistift nur einen Punkt setzen, so könnte man diesen leicht übersehen. Andererseits kann man auch keinen „dicken Kringel“ einzeichnen, weil man den genauen Punkt dann nicht mehr erkennen kann (er könnte überall unter dem Kringel sein).

Ein kleines Kreuz hingegen markiert sehr genau einen Punkt, deshalb ist das die bevorzugte Form zum markieren eines Punktes. Das bringt uns zu dem Begriff des mathematischen Punktes.

### **Begriff Punkt**



In der Mathematik ist ein Punkt etwas unendlich kleines. Das heißt ein Punkt hat keine Dicke, Durchmesser oder sonst irgendeine Länge die man messen könnte.

Natürlich ist es unmöglich genau einen Punkt zu markieren, denn sobald man einen Punkt sehen kann hat er eine Ausdehnung. Dennoch sollte man so penibel zeichnen, als ob das Ziel erreichbar wäre.

Aber zurück zu unserem Punkt. Um die Position des Punktes anzugeben „geht“ man senkrecht nach unten und guckt welche Zahl an der Position auf der x-Achse steht. Anschließend wiederholt man das ganze in dem man waagrecht

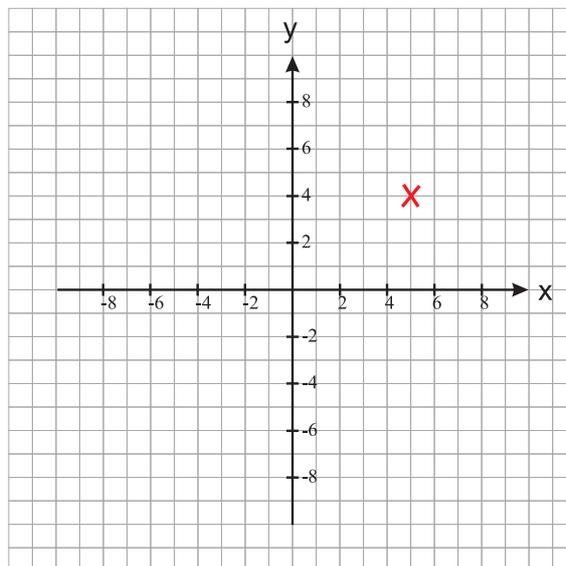


Abbildung 2: Ein Punkt im Koordinatensystem

zur y-Achse geht und liest auch dort die Zahl ab (s. Abbildung 3). Der Punkt den wir ermittelt haben hat die Koordinaten  $(5, 4)$ . Durch die Angabe des Koordinatenpaares kann man jeden Punkt in der Ebene beschreiben, sofern man ein Koordinatensystem festgelegt hat.

#### Faustregel



Um die Koordinaten eines Punktes anzugeben, „geht man von dem Punkt gerade zur x-Achse“ und liest dort den Wert ab. Dies ist die x-Koordinate. Für die y-Koordinate verfährt man ebenso, jedoch liest man den Wert an der y-Achse ab.

Diese beiden Koordinaten werden als ein Koordinatenpaar in Klammern geschrieben. Das sieht dann zum Beispiel so aus  $(3, 2)$ . In diesem Fall ist die x-Koordinate 3 und die y-Koordinate 2.

Nach dem wir den Begriff des Punktes geklärt haben, können wir noch einen ganz wichtigen Punkt im Koordinatensystem kennen lernen. Und zwar den *Ursprung*.

#### Begriff Ursprung



Der Punkt an dem sich x- und y-Achse schneiden, nennt man den *Ursprung* des Koordinatensystems. Der Ursprung hat die Koordinate  $(0, 0)$ . Der Begriff kann in verschiedenen Aufgabenstellungen auftauchen, z.B. „Der Punkt  $P$  liege im Ursprung des Koordinatensystems“, bedeutet, dass der Punkt mit dem Namen  $P$ , die Koordinaten  $(0, 0)$  hat. Somit kann man den Punkt sofort einzeichnen.

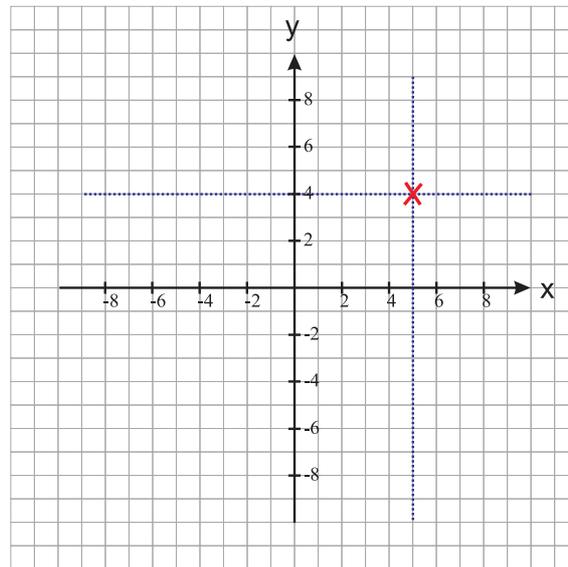


Abbildung 3: Ermittlung der Lage des Punktes

#### Weiterführende Informationen



Das Koordinatensystem, welches wir hier benutzen, heißt kartesisches Koordinatensystem und die Koordinaten entsprechend kartesische Koordinaten. Die Benennung ist zu ehren des französischen Mathematikers René Descartes. Zu der Zeit als er gelebt hat, war es üblich einen lateinische Namen zu verwenden. René Descartes lateinischer Name war Renatus Cartesius, daher stammt der Name kartesisch. Im übrigen hat René Descartes seinen lateinischen nie gemocht.