1 Gleichsetzungsverfahren

In diesem Dokument beschäftigen wir uns mit dem *Gleichsetzungsverfahren*, das wahrscheinlich erste Verfahren zum Lösen von linearen Gleichungssystemen, das man in der Schule lernt.

1.1 Die Grundidee

Zuerst begeben wir uns mal „auf bekanntes Gelände“. Soll heißen, dass wir uns als erstes eine ganz gewöhnliche Gleichung anschauen. Zum Beispiel:

$$3x + 6 = 18$$

Was in dieser Gleichung gesucht wird, steht außer Frage – das x natürlich. Lösen wir diese Gleichung nach x auf:

$$\begin{aligned} 3x + 6 &= 18 \quad | \; -6 \\ 3x &= 12 \quad | \; :3 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

Betrachten wir uns mal ein Gleichungssystem:

$$x + y = 9 \tag{1}$$
$$2x + y = 13 \tag{2}$$

Hier haben wir zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten. Tasten wir uns vorsichtig ran, in dem wir vorerst nur eine Gleichung betrachten. Nehmen wir Gleichung (1), also: $x + y = 9$.
Können wir diese Gleichung umformen? Ja, das können wir, aber wie? In dem kleinen Beispiel oben, wussten wir sofort, dass wir nach x auflösen müssen. Hier wissen wir das nicht. Jetzt kommt ein kleiner Trick! Wir haben zwei Variablen x und y und jetzt suchen wir uns einfach aus, nach welcher Variable wir auflösen wollen!
Okay, wählen wir y zum Auflösen. Also, das Ziel ist es, das y auf der einen Seite der Gleichung stehen zu haben und auf der anderen Seite soll kein y mehr stehen. Okay, formen wir nach y um:

$$\begin{aligned} x + y &= 9 \quad | \; -x \\ y &= 9 - x \end{aligned}$$

Das ging ja schnell! Wenn wir jetzt schonmal dabei sind, formen wir auch gleich die zweite Gleichung um:

$$\begin{aligned} 2x + y &= 13 \quad | \; -2x \\ y &= 13 - 2x \end{aligned}$$

Okay, was haben wir jetzt? Wir haben: $y = 9 - x$ und $y = 13 - 2x$. Was haben wir in der Einführung noch gleich gesagt? Die Variablen haben in allen Gleichungen den selben Wert. Also und y aus Gleichung (1) ist gleich mit dem y aud Gleichung (2). Was bedeutet das in unserer Situation? Das bedeutet:

$$y = 9 - x \tag{3}$$
$$y = 13 - 2x \tag{4}$$

Wenn beide y die gleichen sind, dann können wir die beiden Gleichungen *gleichsetzen*. Somit erhalten wir:

$$\underbrace{9-x}_{(3)} = \underbrace{13-2x}_{(4)}$$

Was bringt uns das? Wir haben jetzt eine gewöhnliche Gleichung mit einer Variablen, nämlich x. Somit haben wir das Gleichungssystem auf eine uns bekannte Gleichungsform zurückgeführt. Nun lösen wir auch diese Gleichung mit den uns bekannten Mitteln:

$$\begin{array}{rcll} 9-x & = & 13-2x & \mid \; -9 \\ -x & = & 4-2x & \mid \; +2x \\ x & = & 4 & \end{array}$$

Sind wir jetzt fertig? Leider nein, wir haben bislang nur einen Wert für x, wir benötigen noch den Wert für y. Wie erhalten wir diesen Wert? Wir nehmen einfach eine der beiden Gleichungen und setzen für x den Wert ein. In diesem Beispiel ersetzen wir x durch 4. Setzen wir das einfach mal in Gleichung (1) ein und lösen auch diese auf:

$$\begin{array}{rcll} x+y & = & 9 & \mid \; \text{jetzt ersetzen wir } x \text{ durch } 4 \\ 4+y & = & 9 & \mid \; -4 \\ y & = & 5 & \end{array}$$

Jetzt haben wir: $x = 4$ und $y = 5$. Fehlt uns noch etwas? Ja! Und zwar die Probe! Wie in der Einleitung geschrieben, müssen wir diese für beide Gleichungen durchführen!
Probe für Gleichung (1). Wir setzen für x 4 ein und für y 5. Wir erhalten dann:

$$\begin{array}{rcl} 4+5 & = & 9 \\ 9 & = & 9 \end{array}$$

Das sieht doch gut aus! Prüfen wir jetzt noch die Gleichung (2):

$$\begin{array}{rcl} 2 \cdot 4 + 5 & = & 13 \\ 13 & = & 13 \end{array}$$

Das stimmt ebenfalls! Somit haben wir tatsächlich eine Lösung gefunden!
Jetzt formulieren wir das gelernte nochmal in Kurzform:

Faustregel
Wenn wir ein lineares Gleichungssystem mit dem Gleichsetzungsverfahren lösen wollen, dann formen wir alle Gleichungen nach einer Variable unserer Wahl um. Anschließend können wir die umgeformten Gleichungen gleichsetzen und können diese Gleichung auf bekannter Weise lösen.

1.1.1 Änderung der Reihenfolge

Wer sich ganz sicher ist, das obige verstanden zu haben. Und wer glaubt, dass es gleich ist, ob wir zuerst nach x oder y auflösen, der darf das Kapitel überspringen. Wir werden hier das obige Gleichungssystem noch einmal lösen, jedoch

haben wir oben zuerst y gewählt. Jetzt lösen wir beide Gleichungen zuerst nach x auf!
Zur Erinnerung nochmal das lineare Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} x + y &= 9 \qquad (1)\\ 2x + y &= 13 \qquad (2) \end{aligned}$$

Okay, dann mal ran an die Arbeit! Lösen wir Gleichung (1) nach x auf:

$$\begin{aligned} x + y &= 9 & &\mid\ -y\\ x &= 9 - y \end{aligned}$$

So das war doch gar nicht so schwer! Jetzt lösen wir noch die Gleichung (2) auf:

$$\begin{aligned} 2x + y &= 13 & &\mid\ -y\\ 2x &= 13 - y & &\mid\ :2\\ x &= \tfrac{13-y}{2} & &\mid\ \text{Bruch „auseinanderziehen“}\\ x &= \tfrac{13}{2} - \tfrac{1}{2}y & &\mid\ \text{Bruch auf eine gewohnte Form bringen}\\ x &= 6\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}y \end{aligned}$$

Das sieht jetzt wirklich hässlich aus! Das muss ich eingestehen, aber lassen wir uns davon nicht abschrecken und machen tapfer weiter...
Jetzt machen wir die eigentliche Gleichsetzung und lösen das nach y auf:

$$\begin{aligned} 9 - y &= 6\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}y & &\mid\ -9\\ -y &= -2\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}y & &\mid\ +\tfrac{1}{2}y\\ -\tfrac{1}{2}y &= -2\tfrac{1}{2} & &\mid\ :\left(-\tfrac{1}{2}\right)\\ y &= 5 \end{aligned}$$

Die 5 sieht doch gut aus! Jetzt ermitteln wir noch den Wert für x. Wir könnten jetzt y in Gleichung (1) einsetzen, jedoch haben wir schon letztes mal die Gleichung (1) gewählt. Somit nehmen wir jetzt die Gleichung (2).

$$\begin{aligned} 2x + y &= 13 & &\mid\ y \text{ einsetzen}\\ 2x + 5 &= 13 & &\mid\ -5\\ 2x &= 8 & &\mid\ :2\\ x &= 4 \end{aligned}$$

Ja, wir haben in der Tat die gleichen Ergebnisse bekommen! Auf die Probe verzichten wir, da wir ja schon oben die Probe gemacht haben. Was ist uns aufgefallen? Die (Schreib-)Arbeit ist je nach Wahl der Variable, nach der wir zuerst auflösen, unterschiedlich. Es benötigt etwas Erfahrung im Umgang mit Gleichungen und linearen Gleichungssystemen, die richtige Wahl zu treffen. Deshalb empfiehlt es sich am Anfang, die Gleichungen mit den verschiedenen Variablen gleichzusetzen. Das verschafft Übung und ein geschultes Auge für den kürzesten Weg!

1.2 Geschickte Umformungen

Wie wir im vorherigen Kapitel gesehen hängt der Lösungsaufwand (also die Einfachheit) von der Umformung ab. Dieses Kaptitel beginnen wir mit einer

Faustregel
Wie wir gesehen haben, benötigt das Umstellen der Gleichungen, je nach Variable, unterschiedlich viel Aufwand. Aber generell kann man folgendes sagen:

- i.d.R. lohnt es sich nach einer Variable umzustellen, die keinen Vorfaktor hat (d.h. wenn dort nur x oder y steht, aber nicht $2x$ oder $3y$)
- wenn es mehrere Variablen ohne Vorfaktor gibt, dann lohnt es sich eine Variable auszugucken, die in *keiner* Gleichung einen Vorfaktor hat.
- Sollten Gleichungen wie $y = 3$ vorkommen, dann sollte man diese *nicht* nach y umstellen, da man y direkt einsetzen kann – das ist schon ein spezielle Form des Einsetzungsverfahrens!

1.2.1 Erklärungen zu der Faustregel

Die vorherige Faustregel ist nicht unbedingt sofort greifbar. Deshalb wird sie hier anhand von Beispielen erklärt.
Was bedeutet das mit dem Vorfaktor? Wenn wir eine Gleichung der Form:

$$2x + y = 9$$

haben, dann ist es einacher nach y umzuformen als nach x. y hat keinen Vorfaktor. Hier das ganze nochmal kurz in der Praxis:
Umformung nach x:

$$\begin{aligned} 3x + y &= 9 && \mid \; -y \\ 3x &= 9 - y && \mid \; :3 \\ x &= \tfrac{9-y}{3} && \mid \; \text{jetzt noch die ganzen Bruchvereinfachungen\ldots} \end{aligned}$$

Jetzt die Umformung nach y für die selbe Gleichung:

$$\begin{aligned} 3x + y &= 9 && \mid \; -3x \\ y &= 9 - 3x \end{aligned}$$

Das war’s schon. Es geht also viel schneller, nur weil wir zum Umformen die Variable ohne Vorfaktor gewählt haben!
Die zweite Regel ist sehr einsichtig. Vorfaktoren machen uns Arbeit, wie wir gesehen haben. Somit ist es doch nur schön, wenn wir möglichst wenige von denen haben. Aber um auch hier ein Beispiel zu bringen:

$$x + y = 20 \tag{1}$$
$$x - 2y = 5 \tag{2}$$

Nach welcher Variablen sollten wir hier die Gleichungen auflösen? Natürlich nach x, da x in beiden Gleichungen keinen Vorfaktor hat!
Die vielleicht am schwersten zu formulierende – und somit zu lesende – Regel ist die Dritte. Wenn man sich jedoch betrachtet, was dahinter steckt, wird man schnell sagen: „Logisch!“

Wir haben folgendes Gleichungssystem:

$$
\begin{aligned}
x + y &= 20 \quad (1)\\
y &= 10 \quad (2)
\end{aligned}
$$

Das ist ein reguläres Gleichungssystem. Unsere zweite Faustregel besagt, dass wir am besten nach y umstellen sollten, da y keine Vorfaktoren hat, aber hier gibt es einen schnelleren Weg!
Wie lösen wir so ein Gleichungssytem? Mit dem Gleichsetzungsverfahren ermitteln wir für eine Variablen den Wert und setzen diesen in eine der Gleichungen ein (das *eine* gilt nur für zwei Unbekannte – mehr hatten wir bislang ja noch nicht). Die zweite Gleichung gibt uns aber in diesem Beispiel direkt an, dass $y = 10$ ist. Somit ist das Gleichungssystem für y schon gelöst. Was machen wir normalerweise, wenn wir den Wert von y herausgefunden haben? Genau, wir setzen ihn ein. Genau das können wir hier auch machen. Wir können dieses lineare Gleichungssystem also wie folgt lösen:
Wir nehmen die Gleichung (1) des Gleichungssystems und setzen den Wert für y ein.

$$
\begin{aligned}
x + y &= 20 \quad | \ y \text{ einsetzen}\\
x + 10 &= 20 \quad | \ -10\\
x &= 10
\end{aligned}
$$

Das war es schon! Wir haben das gesamte Gleichungssystem gelöst! $x = 10$ und $y = 10$ ist die Lösug!
Ein paar **Anmerkungen zu den Regeln** sollten hier noch gemacht werden. Das eine Variable keinen Vorfaktor hat, kann schonmal vorkommen. Das eine Variable in allen Gleichungen keinen Vorfaktor hat, ist selten. Der Fall für die dritte Regel tritt vllt. nie in irgendwelchen Schulaufgaben auf, aber er fördert auf jedenfall das Verständnis für den Umgang mit Gleichungssystemen.

Weiterführende Informationen
In der Praxis ist man bestrebt, Gleichungssystem beispielsweise in die Form

$$
\begin{aligned}
a + 2b + 3c + 4d &= 30 \quad (1)\\
2a - b + c &= 3 \quad (2)\\
5a - 2b &= 1 \quad (3)\\
2a &= 2 \quad (4)
\end{aligned}
$$

zu bringen. Das bedeutet, dass man versucht Probleme so zu stellen, dass solche Art von linearem Gleichungssystem daraus entsteht. Diese Systeme lassen sich sehr einfach lösen. Letzte Gleichung nach a auflösen, das in die vorletzte Gleichung einsetzen, diese nach b auflösen und so weiter...

1.3 Mehr als zwei Variablen

Bislang habe wir uns mit Problemen beschäftigt, die zwei Variablen (x und y) hatten. Jetzt werden wir uns mit Problemen mit mehreren Variablen beschäftigen. Dabei liegt der Schwerpunkt auf drei Unbekannte. Jedoch sollte man danach auch in der Lage sein, Gleichungssysteme mit mehr als drei Variablen zu lösen. Betrachten wir uns mal folgendes Gleichungssystem:

$$3x + 2y + z = 10 \quad (1)$$
$$5x - y - z = 0 \quad (2)$$
$$-x + 3y + z = 8 \quad (3)$$

Im Prinzip machen wir zum Lösen das Gleiche, was wir auch mit einem linearen Gleichungssystem mit zwei Unbekannten machen würden. Somit stellen wir alle Gleichungen nach einer Variable unserer Wahl um. Hierfür scheint z am geeignetsten zu sein.
Umformung von Gleichung (1):

$$\begin{aligned} 3x + 2y + z &= 10 && \mid -3x \\ 2y + z &= 10 - 3x && \mid -2y \\ z &= 10 - 3x - 2y \end{aligned}$$

Umformung von Gleichung (2):

$$\begin{aligned} 5x - y - z &= 0 && \mid +z \\ 5x - y &= 0 + z && \mid 0 + \text{kann weggelassen werden} \\ 5x - y &= z \end{aligned}$$

Umformung von Gleichung (3):

$$\begin{aligned} -x + 3y + z &= 8 && \mid +x \\ 3y + z &= 8 + x && \mid -3y \\ z &= 8 + x - 3y \end{aligned}$$

Jetzt schreiben wir das Gleichungssystem mit den drei umgeformten Gleichungen nocheinmal auf:

$$z = 10 - 3x - 2y \quad (1)$$
$$z = 5x - y \quad (2)$$
$$z = 8 + x - 3y \quad (3)$$

Jetzt kommt der eigentliche Trick an der Sache! Wir müssen die Gleichungen wieder gleichsetzen, aber diesmal ist das Gleichsetzen ein bisschen trickreicher. Wir wählen uns eine Gleichung von den Dreien aus und setzen diese mit den anderen beiden Gleichungen gleich. Somit erhalten wir *zwei* Gleichungen!
Das klingt jetzt sehr kompliziert, aber am Beispiel werden wir sehen, dass es das nicht ist! Also suchen wir uns eine Gleichung aus, sagen wir die Gleichung (1).
Diese setzen wir mit der Gleichung (2) gleich:

$$10 - 3x - 2y = 5x - y$$

Jetzt setzen wir unsere gewählte Gleichung auch noch mit der Gleichung (3) gleich:

$$10 - 3x - 2y = 8 + x - 3y$$

Dadurch erhalten wir ein neues lineares Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} 10-3x-2y &= 5x-y && (4)\\ 10-3x-2y &= 8+x-3y && (5) \end{aligned}$$

Dieses sind neue Gleichungen, darum haben wir sie auch neu durchnummeriert! Theoretisch könnte man sie wieder Gleichung (1) und (2) nennen, aber dies kann später beim Verweis mit der oberen Gleichung (1) verwechselt werden. . . .

1.3.1 Die Gleichsetzung

Jetzt stellen wir diese Gleichungen ein bisschen um, so dass wir die gewohnte Form erhalten, d.h. die Variablen auf den linken Seite und die Konstanten (die einfachen Zahlen) auf der rechten Seite. Umformung von Gleichung (4):

$$\begin{aligned} 10-3x-2y &= 5x-y \quad &|\; +3x\\ 10-2y &= 8x-y \quad &|\; +2y\\ 10 &= 8x+y \end{aligned}$$

Und noch Gleichung (5) umformen:

$$\begin{aligned} 10-3x-2y &= 8+x-3y \quad &|\; -10\\ -3x-2y &= -2+x-3y \quad &|\; -x\\ -4x-2y &= -2-3y \quad &|\; +3y\\ -4x+y &= -2 \end{aligned}$$

Schreiben wir unser umgeformtes lineares Gleichungssystem einmal hin:

$$\begin{aligned} 8x+y &= 10 && (4)\\ -4x+y &= -2 && (5) \end{aligned}$$

Diese Situation kennen wir doch! Wir haben unser Gleichungssystem mit drei Unbekannten in eines umgeformt, das zwei Unbekannte hat! Das können wir jetzt lösen. Ja, leider müssen wir noch einmal den Weg des Gleichsetzungsverfahren gehen, obwohl wir ja schon so viel gleichgesetzt haben.
Wir sollten uns nicht entmutigen lassen, deshalb beginnen wir direkt mit der Umformung nach – ja, nach was denn? Nach y! Das bietet sich hier an. . .
Umformung der Gleichung (4) nach y:

$$\begin{aligned} 8x+y &= 10 \quad &|\; -8x\\ y &= 10-8x \end{aligned}$$

Jetzt noch die Umformung von (5) nach y:

$$\begin{aligned} -4x+y &= -2 \quad &|\; +4x\\ y &= -2+4x \end{aligned}$$

Jetzt schreiben wir das Gleichungssystem noch einmal hin:

$$\begin{aligned} y &= 10-8x && (4)\\ y &= -2+4x && (5) \end{aligned}$$

Okay, das müssen wir generell nicht machen, aber warum machen wir das trotzdem? Wir haben das lineare Gleichungssystem jetzt zweimal umgeformt. Einmal haben wir es in die uns bekannte Form gebracht. Danach haben wir das Gleichungssystem nach y umgestellt. Mit ein bisschen Erfahrung und keiner Furcht vor einem etwas komplizierteren Weg, hätten wir uns die erste Umformung sparen können. Wir hätten an der Stelle, wo wir zwei Gleichungen zum ersten Mal bekommen haben, sofort nach y (oder auch x) umstellen können.
Jetzt machen wir aber weiter mit der Gleichsetzung:

$$\begin{array}{rcll} 10-8x & = & -2+4x & \mid\ +2 \\ 12-8x & = & 4x & \mid\ +8x \\ 12 & = & 12x & \mid\ :12 \\ 1 & = & x & \end{array}$$

Nun haben wir das Ergebnis für x. Wir setzen das nun in Gleichung (4) ein – wir hätten natürlich auch Gleichung (5) nehmen können.

$$\begin{array}{rcll} y & = & 10-8x & \mid\ x=1 \text{ einsetzen} \\ y & = & 10-8\cdot 1 & \\ y & = & 2 & \end{array}$$

Was fehlt uns noch? Richtig! Das Ergebnis für z. dafür nehmen wir uns einer der Gleichungen von (1) bis (3). Lasst uns Gleichung (2) nehmen, da diese so schön kurz aussieht. Natürlich verwenden wir die bereits nach z umgestellte Form:

$$\begin{array}{rcll} z & = & 5x-y & \mid\ x=1 \text{ und } y=2 \text{ einsetzen} \\ z & = & 5\cdot 1-2 & \\ z & = & 3 & \end{array}$$

1.3.2 Überprüfung des Ergebnisses

Falls sich jetzt jemand wundert, ob wir die Probe für das Gleichungssystem mit den Gleichungnen (4) und (5) vergessen haben, dem soll jetzt geholfen werden. Nach dem wir jetzt alle Ergebnisse bekommen haben, können wir die Probe für das gesamte Gleichungssystem machen. Diese wird nur dann richtig sein, wenn wir das andere Gleichungssystem auch richtig gelöst haben (Okay, theoretisch gibt es Ausnahmen, aber die sind äußert unwahrscheinlich, dennoch stimmt unser Endergebnis!).
Also, hier kommt die Probe. Gleichung (1):

$$\begin{array}{rcl} 3x+2y+z & = & 10 \\ 3\cdot 1+2\cdot 2+3 & = & 10 \\ 3+4+3 & = & 10 \\ 10 & = & 10 \end{array}$$

Das schaut schonmal gut aus, jetzt noch die Gleichung (2):

$$\begin{array}{rcl} 5x-y-z & = & 0 \\ 5\cdot 1-2-3 & = & 0 \\ 5-2-3 & = & 0 \\ & 0=0 & \end{array}$$

Fehlt nur noch Gleichung (3):

$$\begin{aligned}
-x + 3y + z &= 8 \\
-1 + 3 \cdot 2 + 3 &= 8 \\
-1 + 6 + 3 &= 8 \\
8 &= 8
\end{aligned}$$

Die Werte $x = 1$, $y = 2$ und $z = 3$ lösen alle Gleichungen. Somit ist die Probe erfolgreich und die Werte sind die Lösung des linearen Gleichungssystems.

1.3.3 Mehrere Variablen und Zusammenfassung

Lineare Gleichungssysteme, die mehr als drei Variablen haben, lassen sich auf der gleichen Art und Weise, wie ein lineares Gleichungssystem mit drei Variablen lösen. Der Unterschied ist, dass man zunächst ein Gleichungssystem mit einer Variablen weniger bekommt. Zum Beispiel: Vier Gleichungen und vier Unbekannte; daraus wird nach der ersten Umformung ein Gleichungssystem mit drei Gleichungen und drei Unbekannten. „Man hangelt sich durch die Gleichungen" bis man eine Gleichung mit einer Variablen hat. Die Lösung setzt man in das vorherige Gleichungssystem ein und erhält eine weitere Lösung usw... Also der gleiche Weg, den wir für drei Variablen gegangen sind, nur halt mit „mehreren Stufen".

Faustregel
Um ein lineares Gleichungssystem mit mehr als zwei Variablen zu lösen, machen wir folgende Schritte:

1. Wir stellen alle Gleichungen nach einer Variablen unserer Wahl um.

2. Wir wählen uns eine Gleichung und setzen sie mit den anderen Gleichungen gleich. Somit erhalten wir ein lineares Gleichungssystem, dass eine Variable und eine Gleichung weniger hat, als das Vorherige.

3. Mit dem neuen Gleichungssystem beginnen wir wieder bei Schritt 1. Dies machen wir so lange, bis wir zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten haben. Dieses lösen wir nach der bekannten Art und Weise.

4. Das erhaltene Ergebnis setzen wir in eine Gleichung des „vorherigen" Gleichungssystems ein. Somit erhalten wir den Wert für eine weitere (nicht mehr) Unbekannte.

   Dies machen wir so lange, bis wir alle Unbekannten ermittelt haben.

5. Zum Schluss machen wir die Probe, in dem wir die errechneten Werte in alle Gleichungen der Aufgabenstellung einsetzen.

Auch hier gilt: Übung macht den Meister!

An dieser Stelle gibt es für alle Interessierten:

Weiterführende Informationen
Die Methode, wie wir die Lösung lineare Gleichungssysteme mit mehr als zwei Variablen herleiten, sollte man sich merken. Und zwar führen wir eine neue Aufgabenstellung auf eine bekannte Aufgabenstellung zurück. In der höheren Mathematik kommt so etwas oft vor. Jedoch ist diese Art von Aufgabenlösung auch für das tägliche Leben sehr zu gebrauchen.

1.4 Wie geht es weiter?

Nach diesem Dokument und einiger Übung sollten wir in der Lage sein, beliebig große lineare Gleichungssysteme zu lösen. Was gibt es sonst noch zu Gleichungssystemen zu sagen?
Wie wir die linearen Gleichungssysteme bislang gelöst haben, war umständlich. Das hat das Gleichungssystem mit den drei Unbekannten gezeigt. Es gibt bequemere Methoden, die jedoch nicht unbedingt so einfach sind.
Das Gleichsetzungsverfahren erfordert weniger Umformungen, somit ist das nicht ganz so arbeitsintensiv. Das fortschrittlichste Verfahren ist das Additionsverfahren (auch als Gaußsche Elimination bekannt). Das ist wirklich nicht mehr intuitiv, aber ein guter Ausgangspunkt für das Lösen großer Gleichungssysteme.
Desweiteren gibt es noch ein grafisches Lösungsverfahren. Das ist sehr intuitiv und stellt auf einer sehr schönen Art dar, was wir eigentlich machen. Jedoch ist das praktisch auf Gleichungssysteme mit zwei Unbekannten beschränkt. Grafisch darstellbar ist es mit Computerhilfe noch für drei Unbekannte. Alles was darüber hinausgeht ist mit dem Verfahren nicht mehr lösbar.
In der Schule kommt nach dem Gleichsetzungsverfahren das Einsetzungsverfahren. Somit empfiehlt es sich mit dem entsprechenden Dokument fortzusetzen.
Zum Schluss noch einen ganz wichtigen Hinweis:

Faustregel
Wenn man ein lineares Gleichungssystem löst, dann hat man es mit sehr vielen Gleichungen und Zwischenergebnissen zu tun. Deshalb ist es umso wichtiger, den Überblick über alle Gleichungen und Ergebnisse zu behalten. Dazu ist es notwendig, dass man alles *sauber* notiert.
Ein chaotisches und unstrukturiertes Blatt Papier nützt nicht viel. Deshalb ruhig auch mal ein Schmierblatt für die ganzen Umformungen und Rechnungen benutzen und die Ergebnisse auf ein anderes Blatt sauber notieren.
Die meisten Fehler entstehen durch eine verlorene Übersicht. Deshalb: Sorgfalt walten lassen!