

## Die Fakultät

Als ich das erste Mal etwas von *Fakultät* gelesen habe, dachte ich sofort an Schule oder Universität. Jedoch gibt es auch in der Mathematik eine Fakultät.

### Die Fakultät!

In der Mathematik heißt das Symbol ! Fakultät. Sieht erstmal komisch aus und vorallem, was soll das bedeuten? Erklären wir das mal an einem Beispiel:

$$5!$$

Gesprochen: Fünf Fakultät. Das ist eine abkürzende Schreibweise für  $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ . Somit:

$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

Aber wozu ist das gut?

### Anordnungen und die Fakultät

Nehmen wir einmal an, dass wir vier Buchstaben haben: a b c d. Diese vier Buchstaben schreiben wir auf Karteikarten, jeden Buchstaben auf eine Karte. Diese vier Karteikarten mischen wir nun und legen sie nacheinander auf den Tisch. Es kann und wird wahrscheinlich jedesmal eine andere Reihenfolge von Buchstaben geben, aber wieviele gibt es? Schreiben wir mal alle Möglichkeiten auf:

abcd	abdc	acbd	acdb	adcb	adbc
bacd	badc	bcad	bcda	bdca	bdac
cbad	cbda	cabd	cadb	cdab	cdba
dbca	dbac	dcba	dcab	dacb	dabc

Das sind 24 Möglichkeiten. Das entspricht ebenfalls vier Fakultät, denn:

$$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

Wieso ist das so? Betrachten wir nochmal unser Karteikartenbeispiel. Am Anfang haben wir vier Karteikarten auf der Hand. Wieviele Möglichkeiten gibt es für den Buchstaben der ersten Karte, die wir auf der Hand haben? Natürlich vier, da wir vier Karten haben.

Jetzt haben wir die erste Karte abgelegt und noch drei Karten auf der Hand. Somit gibt es nur noch drei Möglichkeiten für die nächste Karte, die wir ablegen. Danach haben wir nur noch zwei Karten auf der Hand ...

Die einzelnen Möglichkeiten multiplizieren sich. Wenn man darüber nachdenkt ist es recht logisch. Denn an jeder der möglichen vier abgelegten Karten kann man drei mögliche andere Karten anlegen usw. ...

### Schnelles Wachstum

Schauen wir uns mal die ersten paar Fakultäten an:

0!	1 (per Definition)
1!	1
2!	2
3!	6
4!	24
5!	120
6!	720
7!	5040
8!	40320
9!	362880
10!	3628800

Die Zahlen werden recht schnell recht groß. Auf älteren bzw. einfachen wissenschaftlichen Taschenrechnern, ist die größte Fakultät, für die der Taschenrechner ein Ergebnis ausgibt  $69!$ . Das Ergebnis ist dann schon größer als die Anzahl der Atome, die auf und in der Erde beheimatet sind.

Werfen wir noch mal ein Blick auf die obige Tabelle. Wenn wir 10 verschiedene Spielkarten mischen und nebeneinander hinlegen, dann gibt es über 3,5 Mio. verschiedene Möglichkeiten, wie diese Karten angeordnet sein können. Wenn ich es so recht bedenke, ergibt sich daraus eine interessante Lotteriemöglichkeit...

## Fazit

In diesem Dokument haben wir die Fakultät kennengelernt. Eine einfache Rechnung, die uns über die Anzahl möglicher Anordnungen eine Auskunft gibt. Es ist erstaunlich, wieviele mögliche Anordnungen es für z.B. 10 Gegenstände gibt.